

## Guía Unidad 1 III medio

**Objetivo: Reconocer las distintas magnitudes vectoriales y escalares que describen el Movimiento circular Uniforme ,analizarlas y operar algebraicamente con ellas.**

### MOVIMIENTO CIRCULAR( I Parte)

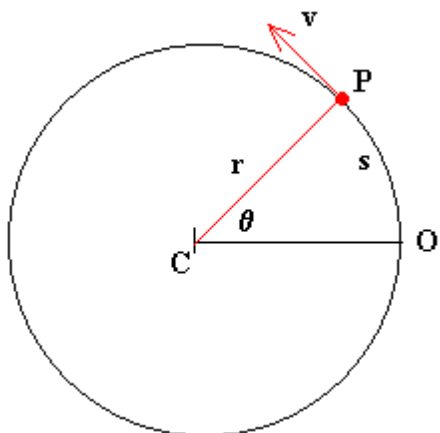
Un movimiento circular es aquel en que la unión de las sucesivas posiciones de un cuerpo a lo largo del tiempo (trayectoria) genera una curva en la que todos sus puntos se encuentran a la misma distancia R de un mismo punto llamado centro.

Este tipo de movimiento plano puede ser, al igual que el movimiento rectilíneo, uniforme o acelerado. En el primer caso, el movimiento circunferencial mantiene constante el módulo de la velocidad, no así su dirección ni su sentido. De hecho, para que el móvil pueda describir una curva, debe cambiar en todo instante la dirección y el sentido de su velocidad. Bajo este concepto, siempre existe aceleración en un movimiento circunferencial, pues siempre cambia la velocidad en el tiempo, lo que no debemos confundir, es que si un movimiento circular es uniforme es porque su rapidez es constante.

### MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Cuando un objeto ( P ) gira manteniendo su distancia a un punto fijo, llamado centro de giro ( C ) , de manera que su rapidez lineal es constante, diremos que tiene un movimiento circunferencial uniforme (M.C.U.). En un MCU, el cuerpo que gira describe arcos de circunferencia ( S ) iguales en tiempos iguales. Un ejemplo de este tipo de movimiento es el de un carrusel de un parque de diversiones.

En el MCU el módulo de la velocidad ( V ) no cambia (por ser uniforme), pero si la dirección (por ser curvilíneo). La velocidad es un vector tangente a la trayectoria circular, por lo que es perpendicular al radio. ( r )



### VELOCIDAD ANGULAR

La velocidad angular del móvil es el ángulo descrito por el radio en la unidad de tiempo, o sea:

Velocidad angular = desplazamiento angular/Intervalo de tiempo

Designándola por la letra  $\omega$ , tendremos:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La velocidad angular indica que tan rápido gira un cuerpo, se puede medir en grados por segundo ( $^{\circ}/s$ ). Pero generalmente su unidad es el Rad/seg. Esta expresión nos permite encontrar la magnitud del vector velocidad angular ( denominada también rapidez angular)

La dirección del vector velocidad angular , dependerá de el sentido de giro ,y será perpendicular al vector velocidad tangencial y al radio de giro, por lo tanto si tomamos como plano la hoja o la



pizarra el vector velocidad angular saldrá de esta o entrará a esta, esto se representará de la siguiente forma:

la dirección de  $\vec{\omega} \rightarrow$  se representará por una  $\times$  cuando entra al plano (sentido horario)  
la dirección de  $\vec{\omega} \rightarrow$  se representará por un  $\cdot$  cuando sale del plano (sentido anti horario)

El período es el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta o revolución completa con el MCU designándolo por T:

Período (T) = Tiempo empleado en una vuelta o revolución

Número de vueltas

Como una vuelta completa corresponde a  $2\pi$  radianes, y el cuerpo la describe en un período T, Además en un MCU la rapidez angular es constante tenemos que:

$$\omega = 2\pi/T \text{ (rad/seg)}$$

La frecuencia es el número de revoluciones que da el cuerpo en una unidad de tiempo, se nombra con la letra  $f$  y, como sabemos, la frecuencia y el período de un movimiento están relacionados. Para relacionar  $f$  y T, basta observar que estas magnitudes son inversamente proporcionales y, así podemos establecer que si en el tiempo T (un período) se efectúa una vuelta, en la unidad de tiempo se efectuarán  $1/T$  vueltas (frecuencia):

$$T = 1/f$$

La unidad de la frecuencia es vueltas / segundo (hertz = Hz), revoluciones por minuto (r.p.m.), revoluciones por segundo (r.p.s.). Sin embargo, en el SI la frecuencia se expresa en Hertz (Hz), que corresponde a una revolución por segundo.

### ¿ES LO MISMO DECIR ROTACIÓN O REVOLUCIÓN?

No, son conceptos completamente distintos, ya que tanto la plataforma giratoria de un juego mecánico (por ejemplo el Tagadá) como una patinadora sobre hielo que hace una pirueta giran alrededor de un **eje**, que es la línea recta alrededor de la cual se lleva a cabo la rotación. Cuando un objeto gira alrededor de un eje interno, esto es, un eje situado dentro del cuerpo del objeto, el movimiento se llama **rotación o giro**. Ósea el movimiento del Tagadá y el de la patinadora son rotaciones.

En cambio, cuando un objeto gira alrededor de un eje externo, su movimiento se llama revolución. El juego mecánico efectúa rotación, pero los ocupantes que están en el borde exterior de la plataforma realizan una revolución en torno al eje del juego.

Un claro ejemplo son los movimientos de la tierra: efectúa una revolución alrededor del Sol cada 365,25 días y una rotación cada 24 horas alrededor de su eje que pasa por los polos geográficos.

### ALGUNOS CONCEPTOS CLAVES PARA ENTENDER LO QUE SIGUE SON

La dirección de la velocidad de un móvil en movimiento circular es tangente a la circunferencia que describe.

Un móvil tiene aceleración tangencial  $a_t$  siempre que cambie el módulo de la velocidad con el tiempo. El sentido de la aceleración tangencial es el mismo que el de la velocidad si el móvil acelera y es de sentido contrario, si se frena. Un móvil que describe un movimiento circular uniforme no tiene aceleración tangencial.

### RAPIDEZ LINEAL

Como todos sabemos, la rapidez media de un cuerpo en movimiento se relaciona con la distancia recorrida ( $d$ ) y el tiempo empleado ( $t$ ) como muestra la siguiente expresión:

$$V = d/t$$

Si el movimiento es uniforme, la rapidez media es la misma que la instantánea, ya que en un momento determinado el cuerpo va a tener la misma rapidez, ya que como es constante la rapidez media la llamamos **RAPIDEZ LINEAL O VELOCIDAD TANGENCIAL**. Además, en un movimiento circular, la distancia recorrida ( $d$ ) se puede calcular a través de la siguiente expresión:  $d = 2\pi R$  (siendo  $d$  el desplazamiento angular del radio R)

Por lo que tendríamos, dividiendo en ambos lados por  $t$ :



$$V = 2\pi R/t$$

Y como  $\omega = 2\pi/T$  (desplazamiento angular) / t, de manera que reemplazamos en la ecuación anterior y así relacionamos la rapidez lineal con la angular, lo que queda:

$$V = \omega R \quad \text{o,} \quad \omega = V / R$$

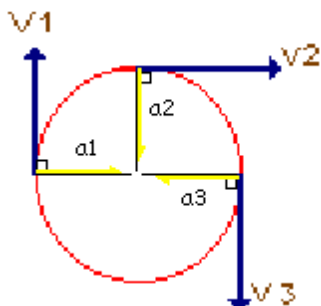
Donde  $\omega$  se mide en rad/s, y R se mide en m.

Un **RADIÁN** es el ángulo del centro comprendido en un arco de circunferencia cuya longitud es igual al radio de ella (R). En un ángulo completo de  $360^\circ$  hay exactamente  $2\pi$  radianes, entonces un radián equivale a  $57,3^\circ$  aprox. , para hacer más fácil nuestro trabajo, adjuntamos a continuación una tabla de equivalencias de radianes y grados:

| Grados       | Radianes    |
|--------------|-------------|
| $360^\circ$  | $2\pi$ rad  |
| 180          | $\pi$ rad   |
| $90^\circ$   | $\pi/2$ rad |
| $60^\circ$   | $\pi/3$ rad |
| $45^\circ$   | $\pi/4$ rad |
| $30^\circ$   | $\pi/6$ rad |
| $57,3^\circ$ | 1 rad       |

## DINÁMICA DE ROTACIÓN

En el movimiento circular uniforme, el módulo de la velocidad (rapidez) es constante, por lo tanto, la partícula no posee aceleración tangencial. Pero como la dirección de la velocidad varía continuamente, la partícula sí posee aceleración centrípeta se debe exclusivamente al cambio de la dirección de la velocidad:



Como se puede apreciar la dirección de las tres velocidades coincide perpendicularmente con el radio del círculo, los cuales tienen la misma dirección que la aceleración. Por lo tanto la aceleración es perpendicular a la velocidad y dirigida hacia el centro del círculo, es por ello que se denomina aceleración centrípeta:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Gracias a esta fórmula podemos decir que la aceleración centrípeta es directamente proporcional a  $v^2$  e inversamente proporcional a R y como, por lo tanto, mientras menor sea el radio en una circunferencia, mayor la aceleración centrípeta, un ejemplo cotidiano ocurre cuando un auto toma una curva cerrada a gran velocidad, tendrá una aceleración centrípeta enorme.

## FUERZA CENTRÍPETA

En ausencia de fuerzas, el movimiento en línea recta y a velocidad constante continúa indefinidamente. El movimiento circular, sin embargo, necesita fuerzas para existir. Hasta ahora hemos considerado las características del movimiento de un cuerpo que se desplaza describiendo

un movimiento circunferencial uniforme, sin atender a su masa. De acuerdo a la segunda ley de Newton:

$$F = m a$$

Es decir, si el cuerpo experimenta aceleración, debe estar sometido a una fuerza en la misma dirección y sentido que la aceleración, en este caso, centrípeta. En otras palabras, existe una fuerza que se ejerce sobre el cuerpo y que es responsable de la aceleración. Una fuerza que provoca el



cambio de dirección de la velocidad y que evita que el cuerpo continúe en movimiento rectilíneo uniforme (1° ley de Newton inercia) Esta fuerza que también apunta al centro de rotación, se designa por  $F_c$  (Fuerza centrípeta).

Por la Segunda ley de Newton:

$$F_c = m \cdot a_c$$

$$\text{Pero; } a_c = v^2 / R$$

$$\text{Luego } F_c = m \cdot (v^2 / R)$$

Si hacemos girar una lata sujeta al extremo de un cordel, nos percataremos de que es necesario tirar constantemente del cordel. Debes tirar el cordel hacia adentro para que la lata continúe girando en una trayectoria circular sobre tu cabeza. Todo movimiento circular requiere de alguna fuerza de alguna especie.

Cualquier fuerza que obligue a un objeto a seguir a una trayectoria circular se llama FUERZA CENTRÍPETA (que busca el centro o dirigida hacia el centro). La fuerza que mantiene en su sitio a los ocupantes del Tagadá si una fuerza dirigida hacia el centro. Sin ella las personas se moverían en línea recta: no describirían círculos.

La fuerza centrípeta no es un nuevo tipo de fuerza; es simplemente el nombre que se le da: a toda fuerza dirigida en ángulo recto respecto a la trayectoria de un objeto en movimiento y que tiende a producir un movimiento circular.

Cuando un auto dobla en una esquina, la fricción lateral entre los neumáticos y el pavimento suministra la fuerza centrípeta que mantiene al auto en una trayectoria curva. Si la fuerza de fricción no tiene la magnitud suficiente, el auto no puede doblar y el auto resbala lateralmente: el auto patina.

La fuerza centrípeta desempeña la función principal en la lavadora. Un ejemplo muy conocido es la tina giratoria de una lavadora automática. La tina gira con gran rapidez durante el ciclo del centrifugado. La pared interior de la tina ejerce una fuerza centrípeta sobre la ropa mojada, que se mueve entonces en una trayectoria circular. La tina ejerce una gran fuerza sobre la ropa, pero los orificios de los cuales está provista impiden que la tina ejerza la misma fuerza sobre el agua. Por lo tanto, el agua escapa por los orificios.

Es importante advertir que se ejerce una fuerza sobre la ropa, no sobre el agua. La causa de que el agua escape no es una fuerza, el agua sale porque tiende a moverse en una trayectoria de línea recta, a menos que sufra la acción de una fuerza centrípeta o cualquier otro tipo de fuerza. Así pues, lo interesante es que son las prendas las que se ven forzadas a alejarse del agua y no al contrario.

## FUERZA CENTRÍFUGA

En los ejemplos anteriores señalamos que la causa del movimiento circular es una fuerza dirigida hacia el centro, a veces se atribuye al movimiento circular una fuerza dirigida hacia fuera que se conoce como fuerza **CENTRÍFUGA** (que huye o se aleja del centro). En el caso de la lata que gira en círculos, es un error común decir que una fuerza centrífuga tira de la lata hacia fuera. Si el cordel que retiene la lata se rompe, se suele afirmar erróneamente que una fuerza centrífuga aleja a la lata de su trayectoria circular. Pero el hecho es que cuando el cordel se rompe, la lata sigue una trayectoria recta, tangente al círculo, porque *ninguna* fuerza actúa sobre ella.

Por ejemplo, supón que viajas como pasajero en un auto que se detiene bruscamente. Si no tienes puesto el cinturón de seguridad tu cuerpo se inclinará hacia delante. Cuando esto sucede, uno no dice que algo lo empuja hacia delante. Sabes que te inclinaste hacia delante por ausencia de una fuerza que el cinturón de seguridad te podría haber dado. De manera análoga, si te encuentra en un auto que dobla en una curva cerrada hacia la izquierda, tu cuerpo tenderá a inclinarse hacia la derecha ¿Por qué?. No a causa de una fuerza hacia fuera o centrífuga, sino porque no existe una fuerza centrípeta que te mantenga en movimiento circular. Está mal pensar que una fuerza centrífuga te azota contra la puerta del auto. Así pues cuando haces girar una lata en una trayectoria circular, no hay fuerzas que tiren de la lata hacia fuera. La tensión del cordel es la única fuerza que tira de la lata hacia adentro. **La fuerza hacia fuera se ejerce sobre el cordel, no sobre la lata.**



## EJERCICIOS

1- Un automóvil, cuyo velocímetro indica en todo instante 72 km/h, recorre el perímetro de una pista circular en un minuto. Determinar el radio de la misma. Si el automóvil tiene una aceleración en algún instante, determinar su módulo, dirección y sentido.

Si la pista es circular, la velocidad que tiene el auto es la velocidad tangencial. Si da una vuelta a la pista en un minuto, significa que su periodo es T es de un minuto.

Ahora,  $\omega$  es  $2\pi$  sobre T, entonces:

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi/60 \text{ (s)} = 0,104 \text{ 1 Rapidez angular}$$

Por otro lado la velocidad tangencial es 20 m/s (=72 km/h).reemplazando:

$$V_T = \omega \cdot R$$

$$R = V/\omega = 20 / 0,104$$

$$R = 191 \text{ m Radio de la pista}$$

- ¿Si el automóvil tiene aceleración? Rta : Sí, tiene aceleración centrípeta de modulo:

$$a_{cp} = \omega^2 R = (0,104 \text{ Vs})^2 = 191 \text{ m}$$

$$a_{cp} = 2,09 \text{ m/s}^2 \text{ (dirigida hacia el centro de la pista)}$$

2- Un automóvil recorre la circunferencia de 50 cm de radio con una frecuencia F de 10hz. Determinar:

a- la rapidez angular.

b- el periodo.

c- la velocidad tangencial

Una frecuencia de 10 hz es una frecuencia de 10 (1/s) Acá sólo es cuestión de aplicar formulas.

a)  $\omega$  era  $2\pi/T$  o  $2\pi \cdot f$ , entonces:  
 $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 10 = 62,8 \text{ rad/s}$  rapidez angular

b) El período T era 1/frecuencia:  
 $T = 1/10 = 0,1 \text{ s}$

c) La velocidad tangencial o lineal

$$V = \omega \cdot R \quad V_t = 62,8 \text{ 1/s} \times 0,5\text{m} \quad V_r = 31,4 \text{ m/s velocidad tangencial}$$

Su aceleración va a ser la aceleración centrípeta, que siempre esta apuntando hacia el centro de la circunferencia. El módulo de esta aceleración se puede calcular por cualquiera de las siguientes 2

formulas:  $a_c = \omega^2 R$  ó  $a_c = V^2 / r$  Usando la 1<sup>era</sup> :

$$a_c = (62,8 \text{ 1/s})^2 \times 0,5\text{m} \quad a_c = 1973 \text{ m/s}^2$$

3- Cuál es la aceleración que experimenta un chico que viaja en el borde de una callesita de 2m de radio y que da vuelta cada 8 segundos.

Para calcular la aceleración centrípeta es siempre lo mismo  $a_c = \omega^2 \cdot R$ . Si el tipo da 1 vuelta cada 8 segundos su velocidad angular va a ser :

$$\omega = 2\pi/8 = 0,785 \text{ 1/s}$$

Entonces:

$$a_{cp} = (0,785 \text{ 1/s})^2 \cdot 2\text{m}$$

$$a_c = 1,23 \text{ m/s}^2 \text{ aceleración centrípeta del chico}$$



4- Calcular la velocidad angular, la velocidad lineal y la frecuencia con que debe girar una rueda, para que los puntos situados a 50cm de su eje estén sometidos a una aceleración que sea 500 veces la de la gravedad. ( Considere  $\vec{g} = 10 \text{ m/s}^2$ )  
Este problema no es difícil. Quiero que la aceleración centrípeta sea igual a  $500 \vec{g}$ . Para que tengas una idea  $500\vec{g}$  es el valor de una centrifugadora de laboratorio.

$$a_c = 500 \vec{g} = 500 \times 10 \text{ m/s}^2$$

$$a_c = 5000 \text{ m/s}^2$$

como:  $a_c = V^2 / r$  entonces

$$V = \sqrt{5000 \times 0,5} = 50 \text{ m/s}$$

La velocidad angular para la cual se cumpla esto va a ser: (  $r = 50 \text{ cm} = 0,5\text{m}$ )

$$\omega = V/r = 50 / 0,5 = 100 \text{ rad/s}$$

luego la frecuencia  $\omega = 2\pi \cdot f$

$$f = \omega / 2\pi = 100 / 6,28 = 15,9 \text{ Hz}$$

5- En el modelo de Bohr del átomo de hidrogeno, la rapidez del electrón es aproximadamente

$2,2 \cdot 10^6 \text{ m/seg}$ . Encuentre:

a) La fuerza que actúa sobre el electrón cuando este gira en una orbita circular de  $0,53 \cdot 10^{-10}$  metros de radio

b) la aceleración centrípeta del electrón.

Masa electrón =  $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$ .  $V = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m/seg}$   $r = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ metros}$

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r} = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot \frac{(2,2 \cdot 10^6)^2}{0,53 \cdot 10^{-10}}$$

$$F = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot \frac{4,84 \cdot 10^{12}}{0,53 \cdot 10^{-10}} = \frac{44,092 \cdot 10^{-19}}{0,53 \cdot 10^{-10}}$$

$$F = 8,3192 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

b) la aceleración centrípeta del electrón.

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2,2 \cdot 10^6)^2}{0,53 \cdot 10^{-10}} = \frac{4,84 \cdot 10^{12}}{0,53 \cdot 10^{-10}}$$

$$a_c = 9,13 \cdot 10^{22}$$

## BIBLIOGRAFÍA

- Física conceptual, Paul G. Hewitt (3ª edición)
- Física general, Alvarenga – Máximo (4ª edición)
- fascículos La Tercera Universidad, guía PSU Ciencias N°4
- Alonso Rojo
- Enciclopedia Ilustrada de Ciencias y Naturaleza, Fuerzas física, Time Life
- Curso de física, mecánica y ondas IIIº medio, Carlos Mercado